Chapitre 6 : Intégrales indéfinies

# Aire sous une courbe

b : Peut se trouver n’importe où

L’aire de la partie hachurée vaut : 4b car L . l

F(b) = 4b  
comme b est choisi au hasard on peut dire :  
F(x) = 4x

**AVEC UN TRAPÈZE :**  
On trace la droite x = a et x =2  
L’aire d’un trapèze :

=   
On peut dire : F(x) =

5 4 3 2 1

b

B

h

1 2 3 4 5

b

# Formules de dérivations de fonctions

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Pas oublier :** |  |

# Définitions

F(x) est une primitive de f(x) ssi F’(x) = f(x)

Si F est primitive de f, alors :

* **F+k** est aussi primitive de f et ce pout TOUT réel k.
* L’ensemble des primitives de f est l’ensemble des fonctions F+k (k= réel quelconque)

Si F(x) est primitive de f(x) alors :

|  |
| --- |
|  |

* **L’intégrale indéfinie (**car primitive n’est pas unique**) de f** est l’ensemble de toutes les primitives de f.
* Le signe d’intégration est ∫
* La constante d’intégration est k

Avant de primitiver, il faut toujours faire les opérations de la primitive   
*Exemple :* =

# Primitives immédiates

|  |  |
| --- | --- |
| Formules de dérivation | Formules de primitivation |
| (x)’ = 1 |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

# Propriétés de primitives

## Primitive d’une somme

|  |
| --- |
|  |

## Produit d’une fonction par une constante

|  |
| --- |
|  |

Pour tout a є R

# Intégration par parties

|  |
| --- |
|  |

Procédure pour résoudre un exercice :

f(x) = f’(x) = *dérivée* toujours ln x !!! Parfois faire plus  
g’(x) =*primitive* g(x) = toujours ex  fois par parties !!!  
**Dans g’(x) :** il faut mettre l’élément où la primitive est plus facile à trouver

# Intégration par changement de variable

|  |  |
| --- | --- |
|  | où t = g(x) |

*Exemple :*

g’(x)

g(x)

**Pour résoudre cet exercice il faut :**

1. Choisir t = g(x)
2. Calculer dt = g’ (x) dx
3. Introduire ces éléments dans l’intégrale de départ
4. Résoudre l’intégrale
5. Remplacer t à l’aide de t = g(x)

1) t =   
2) dt =

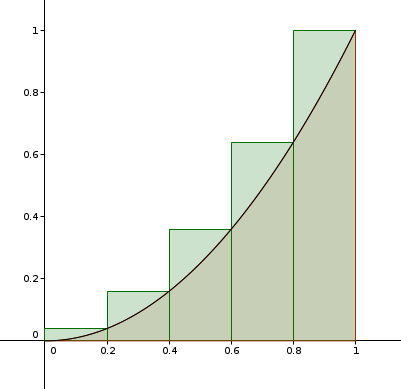
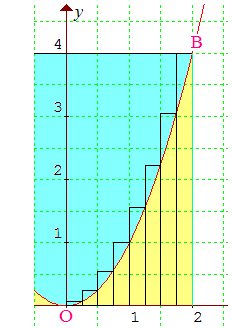
3)

4)

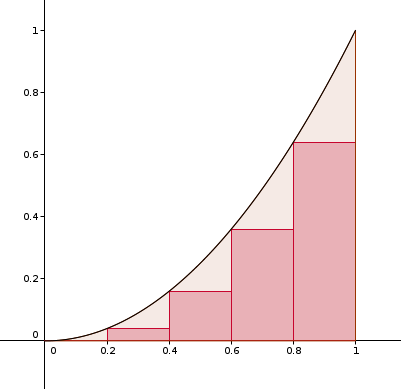
5) **On peut rajouter des constantes pour arriver au changement variable**

Chapitre 7 : Intégrales définies

# Approximation de l’aire sous une courbe



AS = Par excès



Ai = Par défaut

On décide de subdiviser l’intervalle [0 ; 2] en 4 sous intervalles de même largeur (0,5)

On cherche d’abord la valeur de Ai

Ai

On remplace les x de f(x) par x² car fct x²

On cherche ensuite la valeur de

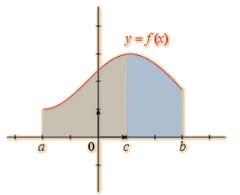
L’approximation de S sera d’autant meilleure que le nombre de sous intervalles augmente

# Intégrale continue d’une fonction continue

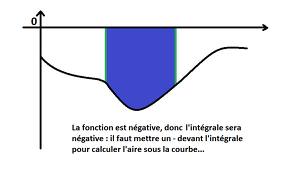
**L’intégrale définie** est la limite d’une fonction qui existe sur l’intervalle [a ; b] et elle se note :

# Interprétation géométrique de l’intégrale définie

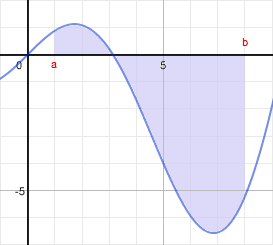
Il y a 3 cas possible :



La fonction est **positive** sur [a ; b]



La fonction est **négative** sur [a ; b]



c

Le **signe** de la fonction **varie** sur [a ; b]

# Propriétés de l’intégrale définie

* Permutation des bornes
* Additivité
* Linéarité

# Lien entre intégrale définie et primitive

*Voir graphique pg1 point 1*

Aire =   
  
f(x) continue sur [a ; b] alors :   
A(x) = primitive de f(x)

Si f(x) est une fonction continue sue [a ; b]   
Si F(x) est une primitive de f(x)  
Alors :

|  |
| --- |
| FORMULE DE NEWTON-LEIBNITZ : |